

Моделирование производственного потенциала научного работника на основе методологии стохастической границы

В статье приводится сравнительный анализ моделей стохастической границы. Построена модель потенциального объема публикаций в динамике и модель потенциального объема публикаций, учитывающая опыт научного работника. Получены оценки технической эффективности научного работника. Уточняется определение и модель производственного потенциала.

1. Введение

Исследования по оценке технической эффективности, проведенные в 50-е прошлого столетия, а также построение границы производственных возможностей, открыли новый этап в изучении природы неэффективности производства [Koormans (1951)], [Debreu (1951)], [Shephard (1953)]. В 60-е начинается систематическое исследование факторов внешнего воздействия, влияющих на результат производственного процесса [Williamson (1964)]. Формируется концепция Х-эффективности [Leibenstein (1966, 1976)], объясняющая неэффективное поведение мотивацией, информированностью и агентскими взаимоотношениями. Устанавливаются непараметрический и параметрический подходы построения границы производственных возможностей или граничной функции по данным статистических наблюдений результатов производственного процесса. Притом первый — приводит к методу DEA (Development of data envelopment), позволяющему строить детерминированную граничную функцию методом линейного программирования [Charnes et al. (1978)]. Второй — к моделям стохастической границы, которые и являются предметом рассмотрения в данной работе.

Модель стохастической границы предоставила новые возможности для оценки технологической эффективности производства и позволила решить некоторые проблемы, характерные для детерминированных моделей граничной функции [Meeusen, van den Broeck (1977)], [Aigner et al. (1977)]. Эта модель учитывает, что сопутствующие факторы оказывают случайное воздействие на производственный процесс, поэтому его результаты носят стохастический характер. Наряду с детерминированной составляющей, характеризующей действие основных факторов, стохастическая граница включает случайную составляющую, моделирующую влияние сопутствующих факторов. Граничные возможности производства отражаются в том, что случайная ошибка имеет асимметричное распределение и включает неэффективную составляющую. В исходной модели стохастической границы ошибка наблюдения представлена в виде двух составляющих, одна из которых описывает сбалансированные случайные воздействия, другая — результат воздействия факторов неэффективности:

$$y_i = f(x_i, \beta) \exp(\varepsilon_i), \quad \varepsilon_i = v_i - u_i, \\ v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2),$$

где y_i — скалярный объем производства, соответствующий наблюдению i , $i=1, \dots, N$;
 x_i — вектор основных факторов производства, соответствующий наблюдению i ;
 β — вектор параметров производственной функции f ;
 ε_i — ошибка наблюдения;
 v_i — случайная переменная, имеющая нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_v^2 ;
 u_i — неотрицательная случайная переменная, имеющая усеченное в нуле нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_u^2 , характеризующая результаты воздействия на производственный процесс всей совокупности факторов, снижающих его эффективность.

В работе Стивенсона [Stevenson (1980)] неэффективная составляющая была представлена в виде $u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$, допускающем отличное от нуля математическое ожидание μ нормального распределения. После опубликования работы [Jondrow et al. (1982)], в которой были описаны способы оценки значения неэффективности для каждого наблюдения, сфера применения модели стохастической границы расширилась. Построение производственного потенциала, оценка технологической эффективности и идентификация факторов неэффективности проводились последовательно в три этапа.

1. Оценка параметров $\beta, \sigma_v^2, \mu, \sigma_u^2$.

2. Разделение оценки ошибки наблюдения $\hat{\varepsilon}_i$ на составляющие \hat{v}_i и \hat{u}_i . Вычисление оценки технологической эффективности $TE_i = \exp(-\hat{u}_i)$ для каждого наблюдения.

3. Построение модели неэффективности $u_i = \eta z_i + \psi_i$,

где ηz_i — функция неэффективности, объясняющая значение неэффективной составляющей за счет воздействия факторов неэффективности;

$z_i = (1, z_{i1}, \dots, z_{im})$ — вектор значений m факторов неэффективности для i -го наблюдения;

$\eta_i = (\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m)$ — вектор параметров функции неэффективности;

ψ_i — ошибка модели неэффективности.

На этой методологической основе были проведены многочисленные прикладные исследования технической эффективности в промышленном и сельскохозяйственном производстве [Pitt, Lee (1981)], [Афанасьев, Скоков (1984)], [Battese et al.(1989)], [Afanasyev(1992), (1998)].

Результаты работ [Reifschneider, Stevenson (1991)], [Battese, Coelli (1995)] обеспечили возможность одноэтапного подхода к оценке производственного потенциала и объяснению неэффективности на основе модели, в которой факторы неэффективности были встроены непосредственно в модель стохастической границы:

$$y_i = f(x_i, \beta) \exp(\varepsilon_i), \quad \varepsilon_i = v_i - u_i,$$

$$v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(\delta z_i, \sigma_u^2),$$

где $\delta_i = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_m)$ — вектор параметров функции неэффективности.

Так появились модели стохастической границы, которые можно рассматривать как исходные для моделирования производственного потенциала. Эти модели отличаются способами описания неэффективности.

1. Модель $(y, x; 0)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i, \\ v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2).$$

2. Модель $(y, x; \mu)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i, \\ v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2).$$

3. Модель $(y, x; \delta z)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i, \\ v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(\delta z, \sigma_u^2).$$

Наиболее часто в прикладных исследованиях встречается первая модель с нулевым математическим ожиданием нормального распределения, используемого для моделирования неэффективности. Она сравнительно проста и может быть построена на основе метода наименьших квадратов с последующей корректировкой параметра β_0 . Вторая модель тоже может быть построена на основе метода наименьших квадратов, но используется сравнительно редко, так как оценка параметра (требует дополнительных усилий. К тому же отмечалось [Greene (1990)], что оценки технической эффективности, полученные с помощью первой и второй моделей, дают близкие результаты. По сравнению с первыми двумя, третья модель редко применяется на практике, что отчасти объясняется проблемами описания факторов неэффективности. В данной работе приводится сравнение оценок технической эффективности, полученных по каждой из трех моделей, и строятся соответствующие модели производственного потенциала.

В работе [Афанасьев, Васильева (2006)] в качестве исходной рассматривается модель производственного потенциала:

$$y_i^p = f(x_i, \hat{\beta}) \exp(v_i), \quad v_i = (0, \hat{\sigma}_v^2). \quad (1)$$

Эта модель может быть построена на основе любой из трех приведенных моделей стохастической границы после оценки параметров. Она отражает зависимость результата производства, учитывающую воздействие сопутствующих факторов, от объема основных производственных факторов при устранении факторов неэффективности, моделируемых составляющей u_i ошибки наблюдения. Наиболее существенным условием применения данной модели является предположение о том, что можно устранить воздействие на производственный процесс всех факторов неэффективности.

2. Оценка потенциального объема публикаций научного работника

Мы осознаем опасность поспешных обобщений подходов к оценке потенциала материального производства на сферу интеллектуальной деятельности человека. Производственный потенциал научного работника, оцениваемый по объему публикаций, рассматривается здесь лишь как составляющая его научного потенциала. Снижение объема публикаций научного работника может происходить в условиях роста его научного потенциала и компенсаци-

роваться, например, увеличением числа подготовленных им специалистов. В то же время объем публикаций является одним из принятых критериев, служащих основой оценки как производственного потенциала, так и технической эффективности научного работника. В этой работе представлены две модели, позволяющие получить оценки технической эффективности: модель потенциального объема публикаций в динамике и модель потенциального объема публикаций, учитывающая опыт научного работника. Приводимые результаты обсуждаются в контексте технического анализа данных и не используются здесь для содержательных выводов. Следует отметить, что эти результаты можно рассматривать как наукометрические оценки на микроуровне, полученные методом определения числа публикаций [Евстигнеев (2003)], [Налимов (1966)].

2.1. Модель потенциального объема публикаций в динамике

Проведен анализ данных для малой случайной выборки из 9 докторов и 8 кандидатов наук в возрасте от 31 года до 75 лет за период с 1995-го по 2005 год. Это специалисты в сфере экономики. Каждому из них присвоен индекс k , $k = 1, 2, \dots, 17$ (сначала идут доктора, $k = 1, 2, \dots, 9$, затем — кандидаты, $k = 10, 11, \dots, 17$). На рис. 1 координата точки по оси абсцисс — логарифм номера года с начала периода наблюдений, по оси ординат — логарифм объема публикаций научного работника за год. Каждый из 17 специалистов характеризуется результатами наблюдений за 11 лет. Точки на рис. 1 характеризуют результаты 187 наблюдений.

Далее y_{kt} — объем публикаций за год k -го специалиста, $k = 1, \dots, 17$ в году t , $t = 1, \dots, 11$ с начала периода наблюдений.

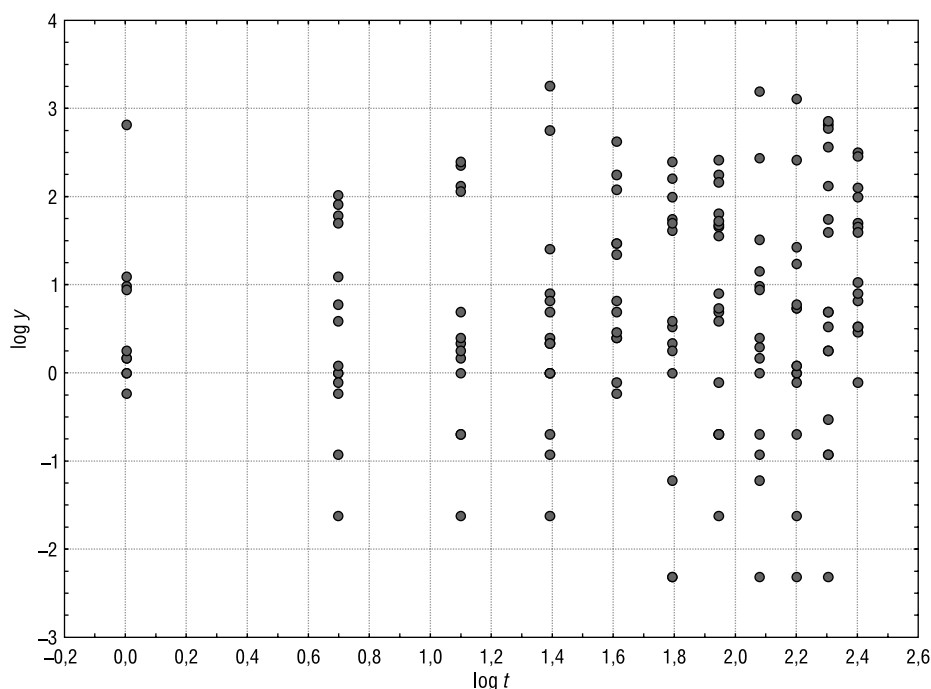


Рис. 1. Объемы публикаций (log) за год для 17 специалистов в течение 11 лет

Оценки параметров всех приводимых далее моделей получены методом максимального правдоподобия.

Модель $(\log y, \log t; 0)$.

$$\log y_{kt} = \beta_0 + \beta_1 \log t + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} = v_{kt} - u_{kt},$$

$$v_{kt} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{kt} \sim N^+(0, \sigma_u^2).$$

Таблица 1

Оценка параметров модели $(\log y, \log t; 0)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	1,621	4,826
β_1	0,404	2,623
σ_v^2	0,514	6,617
σ_u^2	7,416	5,772
llf	-363,694	

Здесь и далее llf — логарифмированное значение функции правдоподобия.
Соответствующая модели (1) оценка производственного потенциала:

$$y_{kt} = \exp(1,62)t^{0,40} \exp(v_{kt}),$$

где $v_{kt} \sim N(0, 0,51)$.

Модель $(\log y, \log t; \mu)$.

$$\log y_{kt} = \beta_0 + \beta_1 \log t + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} = v_{kt} - u_{kt},$$

$$v_{kt} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{kt} \sim N^+(\mu, \sigma_u^2).$$

Соответствующая этой модели оценка производственного потенциала:

$$y_{kt} = \exp(2,19)t^{0,34} \exp(v_{kt}),$$

где $v_{kt} \sim N(0, 0,21)$.

Таблица 2

Оценка параметров модели $(\log y, \log t; \mu)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	2,192	4,704
β_1	0,342	2,033
σ_v^2	0,205	4,012
σ_u^2	5,058	9,538
μ	1,864	2,434
llf	-362,863	

Техническая эффективность для каждого наблюдения определяется величиной $\frac{y_{kt}^f}{y_{kt}^p}$, где y_{kt}^f — фактический результат, y_{kt}^p — результат в отсутствие неэффективности. Получены оценки технической эффективности $\hat{TE}_{kt} = \exp(-E[u_{kt}|\epsilon_{kt}])$, где $E[u_{kt}|\epsilon_{kt}]$ — математическое ожидание условного распределения $u_{kt}|\epsilon_{kt}$. На рис. 2 показаны два ряда значений. Ряд 1 содержит оценки технической эффективности для модели $(\log y, \log t; \mu)$ в порядке убывания значений. Ряд 2 — оценки технической эффективности по модели $(\log y, \log t; 0)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1.

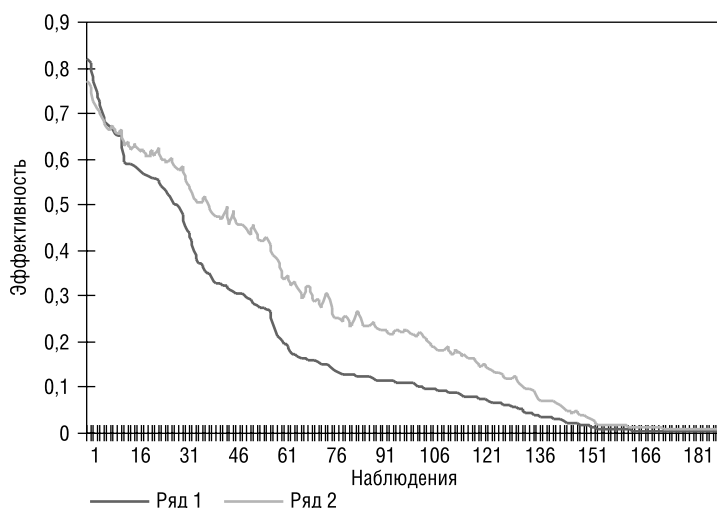


Рис. 2. Оценки эффективности: ряд 1 — по модели $(\log y, \log t; \mu)$, ряд 2 — по модели $(\log y, \log t; 0)$

Коэффициент корреляции оценок эффективности для двух моделей $r = 0,9897$. При этом среднее значение 0,2630 технической эффективности по модели $(\log y, \log t; 0)$ в 1,38 превышает среднее значение 0,1907 технической эффективности по модели $(\log y, \log t; \mu)$.

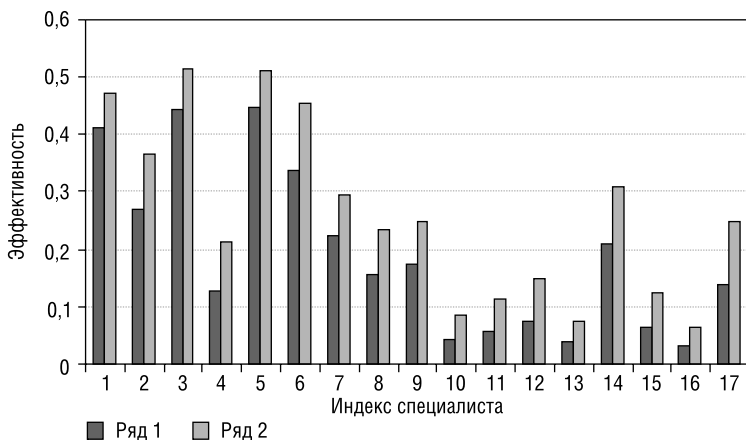


Рис. 3. Средние по времени оценки эффективности для специалиста

Средние по времени значения оценок эффективности для специалистов, полученные по двум моделям, существенно различаются. Минимальное различие — в 1,15 раза, максимальное — в 2,05 раза. По модели $(\log y, \log t; \mu)$ лучшую оценку эффективности имеет специалист 5, а по модели $(\log y, \log t; 0)$ — специалист 3. Нормированные (по максимальному) средние значения оценок эффективности разнятся более чем в 1,8 раза.

Рассмотрим следующее обобщение модели $(\log y, \log t; \mu)$.

Модель $(\log y, \log t; \delta z)$.

$$\log y_{kt} = \beta_0 + \beta_1 \log t + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} = v_{kt} - u_{kt},$$

$$v_{kt} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{kt} \sim N^+(\delta z_k, \sigma_u^2),$$

$$z_k = (z_{k1}, \dots, z_{kj}, \dots, z_{k17}), z_{kj} = 1 \text{ для } j = k, \text{ иначе } z_{kj} = 0,$$

$$\delta = (\delta_1, \dots, \delta_j, \dots, \delta_{17}) \text{ — вектор параметров функции неэффективности.}$$

В модели $(\log y, \log t; \delta z)$ математическое ожидание усеченного в нуле нормального распределения, используемого для оценки эффективности специалиста $j, j = 1, \dots, 17$, равно δ_j . Поэтому параметр δ_j можно интерпретировать как оценку заинтересованности специалиста в высокой технической эффективности или оценку его мотивации. Чем ниже значение параметра δ_j , тем выше уровень мотивации. Оценки параметров модели приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Оценка параметров модели $(\log y, \log t; \delta z)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	2,168	5,128
β_1	0,374	2,867
σ_v^2	0,212	3,341
σ_u^2	2,368	7,936
δ_1	-0,126	-0,105
δ_2	1,001	3,867
δ_3	-1,232	-2,785
δ_4	2,723	2,404
δ_5	-0,446	-1,339
δ_6	-0,351	-1,214
δ_7	2,712	4,038
δ_8	2,534	2,926
δ_9	2,468	2,799
δ_{10}	3,526	5,599
δ_{11}	3,645	4,566
δ_{12}	2,805	4,286
δ_{13}	4,578	7,080
δ_{14}	1,735	1,957
δ_{15}	3,654	5,442
δ_{16}	4,304	6,677
δ_{17}	1,825	1,914
llf	-314,016	

Соответствующая (1) оценка производственного потенциала:

$$y_{kt} = \exp(2,17)t^{0,37} \exp(v_{kt}),$$

где $v_{kt} \sim N(0, 0,21)$.

На рис. 4 приведены оценки технической эффективности по модели $(\log y, \log t; \mu)$ и по модели $(\log y, \log t; \delta z)$.

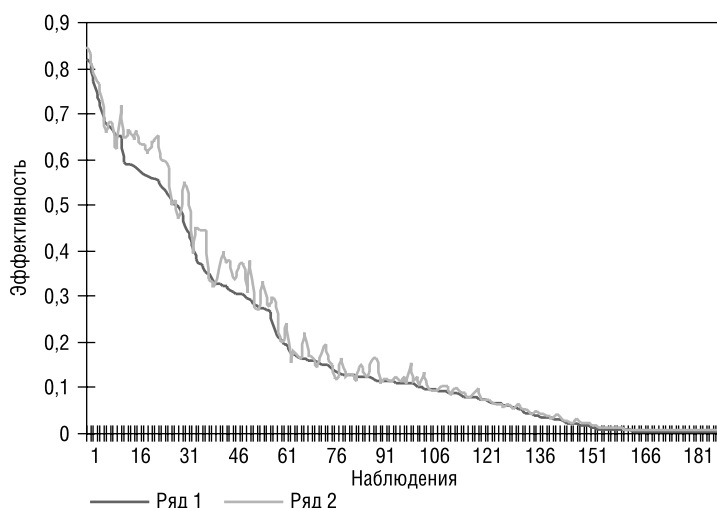


Рис. 4. Оценки эффективности: ряд 1 — по модели $(\log y, \log t; \mu)$, ряд 2 — по модели $(\log y, \log t; \delta z)$

Ряд 1 на рис. 4 содержит оценки эффективности для модели $(\log y, \log t; \mu)$, упорядоченные по убыванию значений. Ряд 2 — оценки эффективности по модели $(\log y, \log t; \delta z)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Коэффициент корреляции оценок эффективности для двух моделей $r = 0,9941$. При этом среднее значение 0,2057 технической эффективности по модели $(\log y, \log t; \delta z)$ и среднее значение 0,1907 технической эффективности по модели $(\log y, \log t; \mu)$ отличаются незначительно.

Модель $(\log y, \log t; \delta z)$ позволяет получить оценки эффективности с учетом личных особенностей специалистов, оказывающих влияние на техническую эффективность. Следует отметить, что для специалистов с индексами (1, 2, 3, 5, 6, 14, 17) средние по времени оценки эффективности выше, чем по модели $(\log y, \log t; \mu)$. Для некоторых (7, 10, 13, 15, 16) — ниже.

Меньшее значение коэффициента функции неэффективности δ_j при прочих равных свидетельствует о более высокой технической эффективности соответствующего специалиста. Однако сравнение специалистов по усредненным оценкам эффективности и значениям коэффициентов функции неэффективности может приводить к разным результатам. На рис. 6 средние оценки эффективности специалистов, образующие ряд 1, упорядочены по убыванию. Ряд 2 содержит значения оценок коэффициентов функции неэффективности для соответствующих специалистов. Как и следовало ожидать, в целом наблюдается обратная зависимость с высоким значением коэффициента корреляции $r = -0,9678$, которая все же нару-

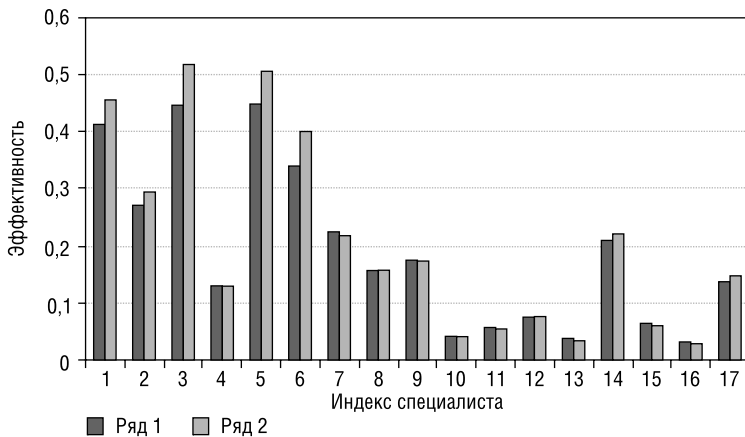


Рис. 5. Средние по времени оценки эффективности для специалиста

шается для номеров 2, 4, 5, 9, 11 и 15. Так как не все оценки коэффициентов функции неэффективности значимо отличаются от нуля, лучше ориентироваться на их усредненные значения.

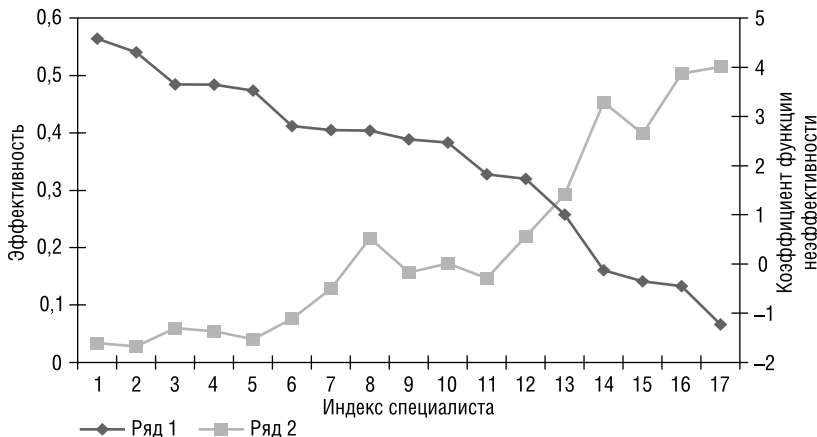


Рис. 6. Сравнение средних оценок эффективности специалистов и коэффициентов функции неэффективности

Основной фактор для всех ранее построенных моделей — время. При оценивании неэффективности ученая степень специалиста не учитывалась. То есть, моделировалась ситуация, в которой к докторам и кандидатам наук предъявляются одинаковые требования. В следующей модели в производственную функцию вводится фиктивная переменная, которая принимает значение единицы, если специалист — доктор наук, и — ноль, если — кандидат наук. Получаем следующую модель и оценки параметров.

Модель ($\log y$, $\log t$, d_k ; μ).

$$\log y_{kt} = \beta_0 + \beta_1 \log t + \beta_2 d_k + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} = v_{kt} - u_{kt},$$

$$d_k = 1, \text{ если специалист имеет степень доктора наук, иначе } d_k = 0$$

$$v_{kt} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{kt} \sim N^+(\mu, \sigma_u^2).$$

Оценка параметров модели ($\log y, \log t, d; \mu$)

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	0,695	2,426
β_1	0,283	2,325
β_2	1,522	8,847
σ_v^2	0,267	2,177
σ_u^2	8,606	6,199
μ	-1,473	-6,063
llf	-335,745	

Соответствующая (1) модель производственного потенциала имеет вид:

$$y_{kt} = \exp(0,695 + 1,52d_k)t^{0,28} \exp(v_{kt}),$$

где $v_{kt} \sim N(0, 0,27)$.

Рис. 7 позволяет сравнить оценки эффективности, полученные с помощью модели ($\log y, \log t; \mu$) без учета ученой степени (ряд 1) и значения, полученные по модели ($\log y, \log t, d; \mu$) с ее учетом (ряд 2). При этом упорядочены по убыванию значения оценок эффективности ряда 1 для докторов наук — с 1 по 99 и для кандидатов наук — с 100 по 187. Ряд 2 содержит оценки эффективности для соответствующих испытаний. В левой части рис. 7 для докторов наук оценки эффективности, полученные по двум моделям, достаточно близки. В правой части рис. 7 наблюдаются существенно более высокие оценки эффективности модели ($\log y, \log t, d; \mu$) по сравнению с моделью ($\log y, \log t; \mu$). При существенном различии в оценках эффективности, для кандидатов наук значение коэффициента корреляции для двух рядов срав-

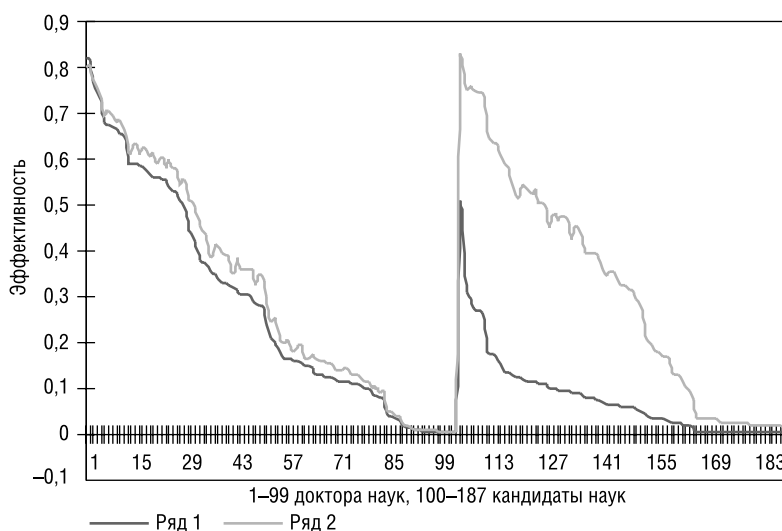


Рис. 7. Оценки эффективности: ряд 1 — по модели ($\log y, \log t; \mu$), ряд 2 — по модели ($\log y, \log t, d; \mu$)

нительно мало $r = 0,7831$. По данной выборке, средний объем публикаций за год для доктора наук примерно в 4,5 раза выше среднего объема публикаций кандидата.

На рис. 8 показаны средние значения оценок эффективности для докторов наук с индексами 1–9 и кандидатов наук с индексами 10–17, полученные с помощью модели $(\log y, \log t; \mu)$ без учета ученой степени (ряд 1) и по модели $(\log y, \log t, d; \mu)$ с учетом ученой степени (ряд 2). Средние значения оценок эффективности для кандидатов наук при учете ученой степени существенно возрастают. Эффективность специалистов с индексами 14 и 17 оказывается выше, чем у докторов наук. Включение фиктивной переменной d в производственную функцию означает, что при оценке эффективности к докторам наук и кандидатам предъявляются различные требования.

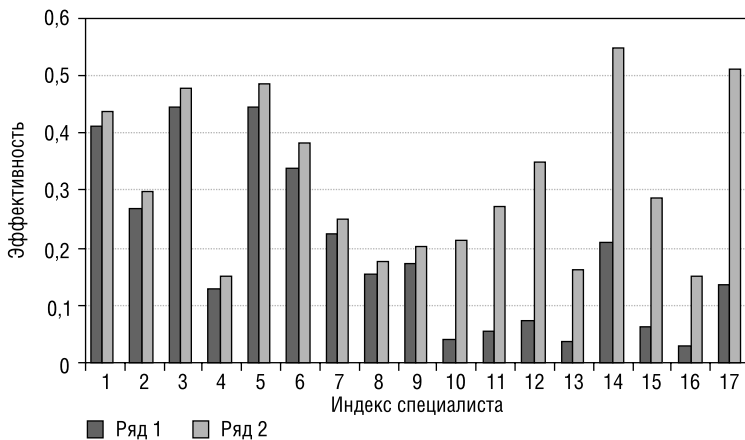


Рис. 8. Сравнение усредненных оценок эффективности специалистов с учетом ученой степени

Рассмотрим теперь наличие ученой степени как фактор эффективности. Получаем следующую модель $(\log y, \log t; \delta d)$.

Модель $(\log y, \log t; \delta d)$.

$$\log y_{kt} = \beta_0 + \beta_1 \log t + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} = v_{kt} - u_{kt},$$

$$v_{kt} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{kt} \sim N^+(\delta_0 + \delta_1 d_k, \sigma_u^2),$$

$$d_k = 1, \text{ если специалист имеет степень доктора наук, иначе } d_k = 0, \quad \delta = (\delta_0, \delta_1).$$

Таблица 5

Оценка параметров модели $(\log y, \log t; \delta d)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	2,272	5,968
β_1	0,343	2,250
σ_v^2	0,165	2,857
σ_u^2	3,572	5,307
δ_0	3,382	8,409
δ_1	-2,176	-4,904
llf	-344,685	

Соответствующая оценка производственного потенциала:

$$y_{kt} = \exp(2,27)t^{0,34} \exp(v_{kt}),$$

где $v_{kt} \sim N(0, 0,165)$.

Рис. 9 позволяет сравнить оценки эффективности, полученные с помощью модели $(\log y, \log t, d; \mu)$ с учетом ученой степени как основного фактора в производственной функции (ряд 1) и модели $(\log y, \log t; \delta d)$, воспринимающий различия в ученой степени как фактор неэффективности (ряд 2). Оценки упорядочены по убыванию значений ряда 1 для докторов наук — с 1 по 99 и для кандидатов наук — с 100 по 187. Ряд 2 содержит оценки эффективности для соответствующих наблюдений. В левой части рис. 9 для докторов наук оценки эффективности, полученные по двум моделям, достаточно близки. В правой части рис. 9 прослеживается существенное различие в оценках эффективности для кандидатов наук. По модели $(\log y, \log t, d; \mu)$ мы оцениваем эффективность (ряд 1) при различных требованиях, учитывающих уровень квалификации специалистов. По модели $(\log y, \log t; \delta d)$ получаем оценки эффективности при одинаковых требованиях к специалистам, все же рассматривая наличие ученой степени как фактор эффективности.

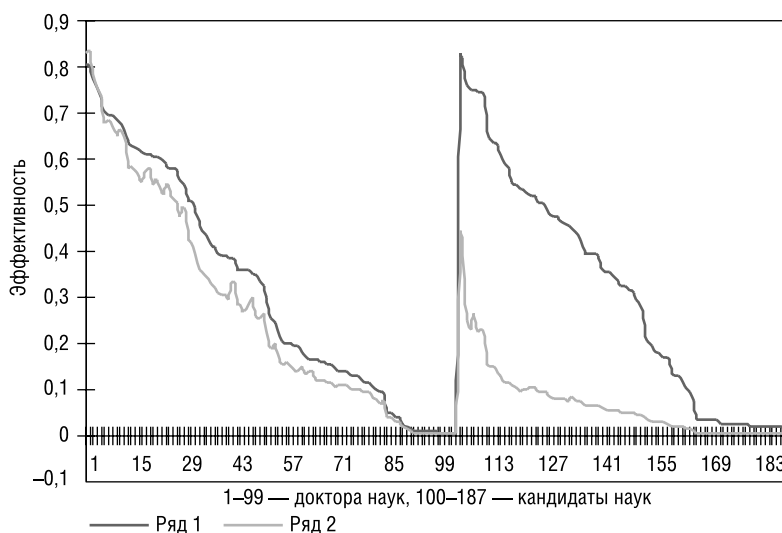


Рис. 9. Сравнение оценок эффективности с учетом ученой степени как фактора эффективности

На рис. 10 показаны средние значения оценок эффективности для докторов наук с индексами 1–9 и кандидатов наук с индексами 10–17, полученные с помощью модели $(\log y, \log t, d; \mu)$ с учетом ученой степени (ряд 1) и по модели $(\log y, \log t; \delta d)$, учитывающей различия в ученых степенях как фактор неэффективности (ряд 2).

При сравнительно малом различии в оценках эффективности для докторов наук, средние значения оценок эффективности для кандидатов отличаются значительно. На данном примере прослеживается различие двух подходов — учитывать фактор как основной в производственной функции, или как сопутствующий модели неэффективности. В первом случае эффективность докторов и кандидатов наук оценивается исходя из разных требований, при этом факторы неэффективности неизвестны. Во втором — мы подходим к оценке эффектив-

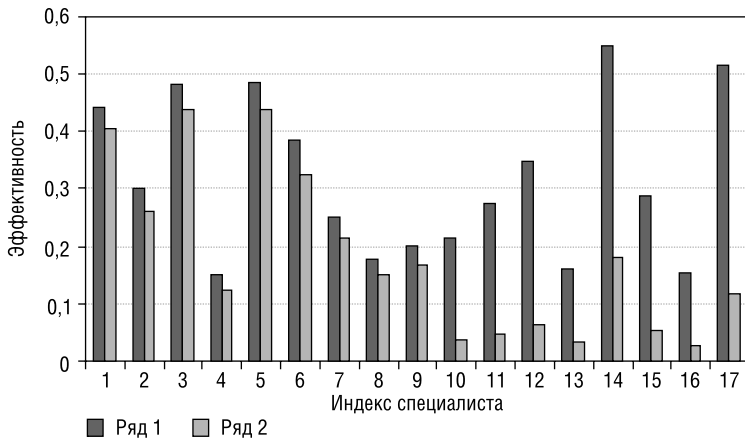


Рис. 10. Сравнение усредненных оценок эффективности специалистов с учетом ученой степени как фактора эффективности

ности специалистов с одинаковыми требованиями, объясняя различия в эффективности уровнем квалификации, определяемым ученой степенью.

2.2. Модель потенциального объема публикаций с учетом возраста специалиста

Для той же выборки из 9 докторов и 8 кандидатов наук рассмотрена зависимость объема публикаций от возраста специалиста. На рис. 11 координата по оси абсцисс — логарифм возраста специалиста в интервале от 31 года до 75 лет, по оси ординат — логарифм объема

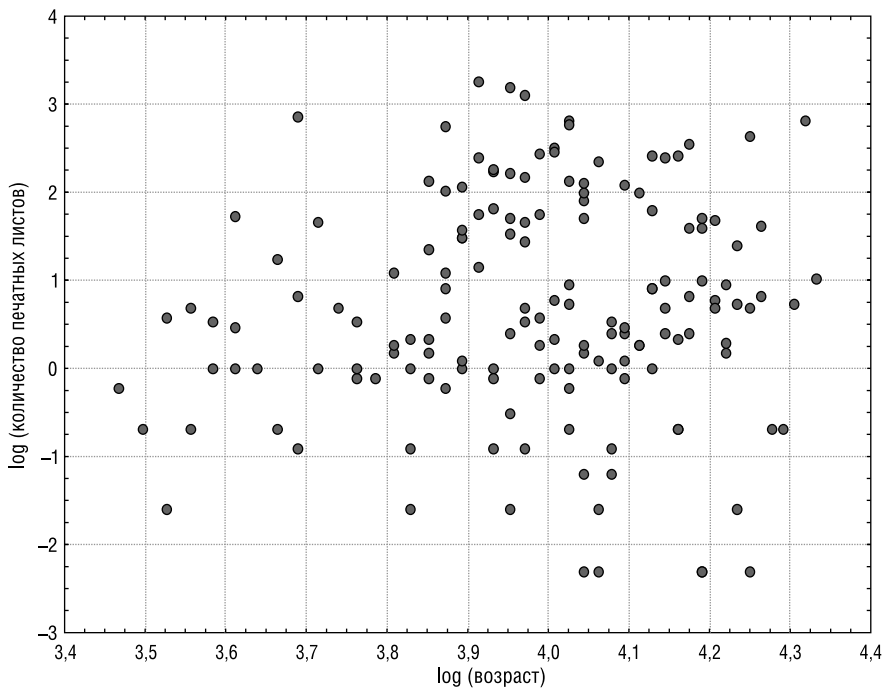


Рис. 11. Объемы публикаций (log) за год для 17 специалистов в зависимости от возраста

его публикаций за год. Каждый из 17 специалистов характеризуется по результатам наблюдений за 11 лет. На рис. 11 приведены результаты 187 наблюдений.

Далее $y_{k\tau}$ — объем публикаций за год k -го специалиста, $k = 1, \dots, 17$ в возрасте τ .

Построим модели объема публикаций в зависимости от возраста специалиста при различных требованиях к докторам и кандидатам наук, учитывающие наличие ученой степени в производственной функции.

Модель $(\log y, \log \tau, d; 0)$.

$$\log y_{k\tau} = \beta_0 + \beta_1 \log \tau + \beta_2 d_k + \varepsilon_{k\tau},$$

$d_k = 1$, если специалист k имеет степень доктора наук, иначе $d_k = 0$,

$$\varepsilon_{k\tau} = v_{k\tau} - u_{k\tau}, \quad v_{k\tau} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{k\tau} \sim N^+(0, \sigma_u^2).$$

Таблица 6

Оценка параметров модели $(\log y, \log \tau, d; 0)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	-2,386	-2,118
β_1	0,969	2,792
β_2	1,497	8,212
σ_v^2	0,143	2,177
σ_u^2	10,156	8,582
llf	-368,889	

Соответствующая оценка производственного потенциала имеет вид:

$$y_{k\tau} = \exp(-2,386 + 1,497 d_k) \tau^{0,97} \exp(v_{k\tau}),$$

где $v_{k\tau} \sim N(0, 0,143)$.

Модель $(\log y, \log \tau, d; \mu)$.

$$\log y_{k\tau} = \beta_0 + \beta_1 \log \tau + \beta_2 d_k + \varepsilon_{k\tau}, \quad \varepsilon_{k\tau} = v_{k\tau} - u_{k\tau},$$

$$v_{k\tau} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{k\tau} \sim N^+(\mu, \sigma_u^2),$$

Таблица 7

Оценка параметров модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	-2,300	-2,903
β_1	0,891	2,897
β_2	1,496	8,847
σ_v^2	0,190	2,597
σ_u^2	35,636	5,276
μ	-1,473	-1,987
llf	-364,247	

Соответствующая модель производственного потенциала:

$$y_{k\tau} = \exp(-2,30 + 1,496 d_k) \tau^{0,89} \exp(v_{k\tau}),$$

где $v_{k\tau} \sim N(0, 0,19)$.

На рис. 12 показаны два ряда значений оценок технической эффективности $\hat{TE}_{kt} = \exp(-E[u_{kt} | \varepsilon_{kt}])$. Ряд 1 содержит оценки для модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ в порядке убывания значений. Ряд 2 — оценки технической эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; 0)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Обе модели дают близкие результаты с коэффициентом корреляции $r = 0,9974$.

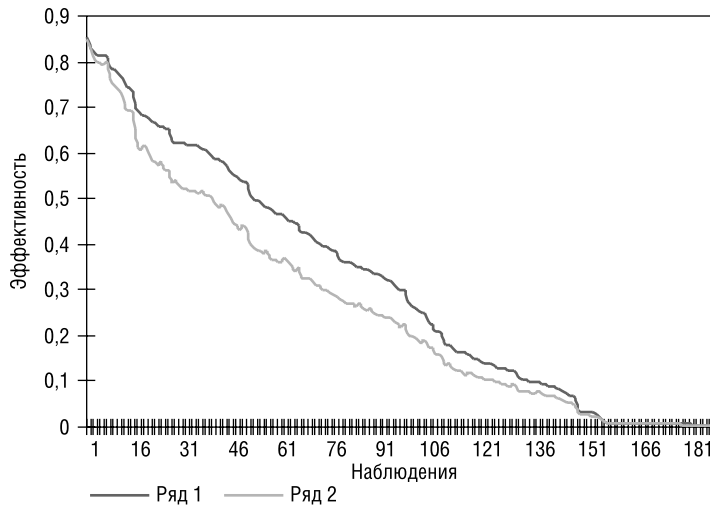


Рис. 12. Оценки эффективности: ряд 1 — по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$, ряд 2 — по модели $(\log y, \log \tau, d; 0)$.

Среднее значение 0,309 технической эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ заметно отличается от среднего значения 0,257 технической эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; 0)$. Усредненные по возрасту оценки для специалистов по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ несколько выше (рис. 13).

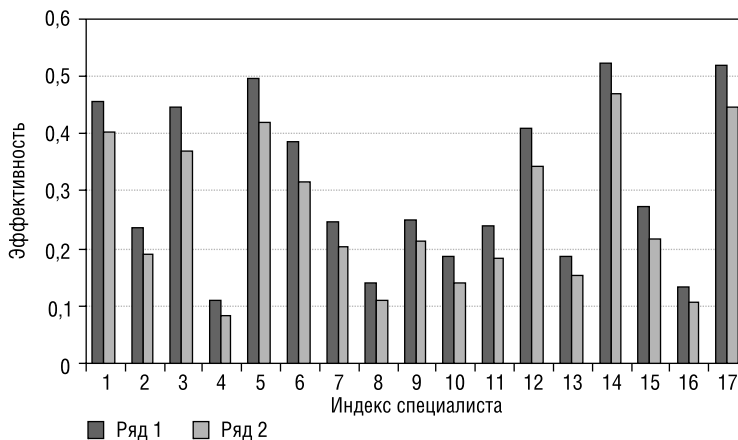


Рис. 13. Средние по возрасту оценки эффективности для специалиста

В качестве обобщения модели ($\log y$, $\log \tau$, d ; μ) рассмотрим

Модель ($\log y$, $\log \tau$, d ; δz).

$$\log y_{k\tau} = \beta_0 + \beta_1 \log \tau + \beta_2 d_k + \varepsilon_{k\tau}, \quad \varepsilon_{k\tau} = v_{k\tau} - u_{k\tau},$$

$$v_{k\tau} \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_{k\tau} \sim N^+(\delta z_k, \sigma_u^2).$$

$$z_k = (z_{k1}, \dots, z_{kj}, \dots, z_{k17}), z_{kj} = 1 \text{ для } j = k, \text{ иначе } z_{kj} = 0,$$

$$\delta = (\delta_1, \dots, \delta_j, \dots, \delta_{17}) \text{ — вектор параметров функции неэффективности.}$$

Оценки параметров модели приводятся в табл. 8.

Таблица 8

Оценка параметров модели ($\log y$, $\log \tau$, d ; δz)

Параметр	Оценка параметра	t-статистика
β_0	-4,053	-2,310
β_1	1,306	5,65
β_2	1,486	7,993
σ_v^2	0,229	3,341
σ_u^2	13,137	7,936
δ_1	-9,646	-1,452
δ_2	-3,320	-2,824
δ_3	-12,355	-8,568
δ_4	1,168	2,112
δ_5	-8,865	-1,505
δ_6	-11,806	-2,511
δ_7	1,210	1,975
δ_8	0,02	2,626
δ_9	-1,458	-2,871
δ_{10}	-2,431	-3,496
δ_{11}	-0,545	-2,560
δ_{12}	-9,836	-6,317
δ_{13}	1,200	1,849
δ_{14}	-9,873	-6,870
δ_{15}	-0,292	-2,366
δ_{16}	1,681	1,995
δ_{17}	-25,149	-2,147
llf	-334,857	

Соответствующая модель производственного потенциала:

$$y_{k\tau} = \exp(-4,053 + 1,486 d_k) \tau^{1,31} \exp(v_{k\tau}),$$

где $v_{k\tau} \sim N(0, 0,229)$.

В этой модели, учитывающей опыт специалиста и его индивидуальные особенности, обращает на себя внимание то, что коэффициент эластичности объема публикаций по возрасту больше единицы. То есть с опытом наращиваются темпы роста объема публикаций. Здесь проявляется специфика оценки результатов интеллектуальной деятельности по сравнению с оценками производственного потенциала в сфере материального производства.

На рис. 14 приведены оценки эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ — ряд 1 и по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ — ряд 2. Ряд 1 содержит оценки эффективности для модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$, упорядоченные по убыванию значений. Ряд 2 — оценки эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Коэффициент корреляции оценок эффективности для двух моделей $r = 0,9888$. При этом оценки по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ выше в среднем более чем на 10%: при среднем значении эффективности 0,3093 по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ среднее значение эффективности по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ равно 0,3413.

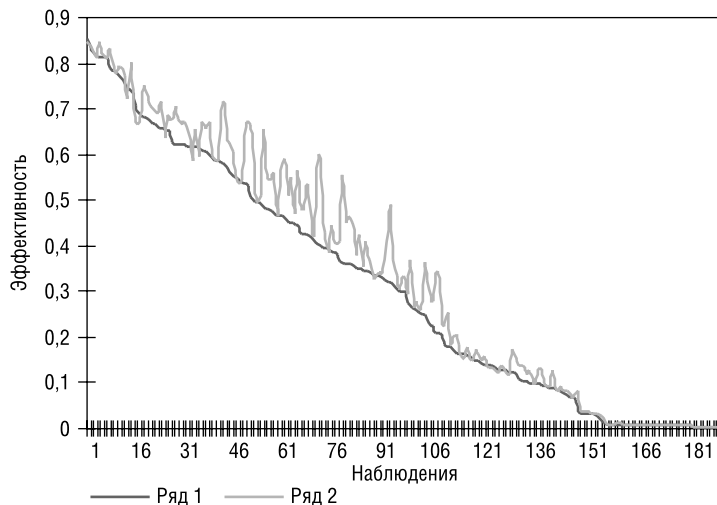


Рис. 14. Оценки эффективности по моделям $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ и $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$

Как показано на рис. 15, средние оценки эффективности для большинства специалистов по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ выше, чем по модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$. В то же время оценки по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ ниже для специалистов с индексами 4 и 16. В целом результаты

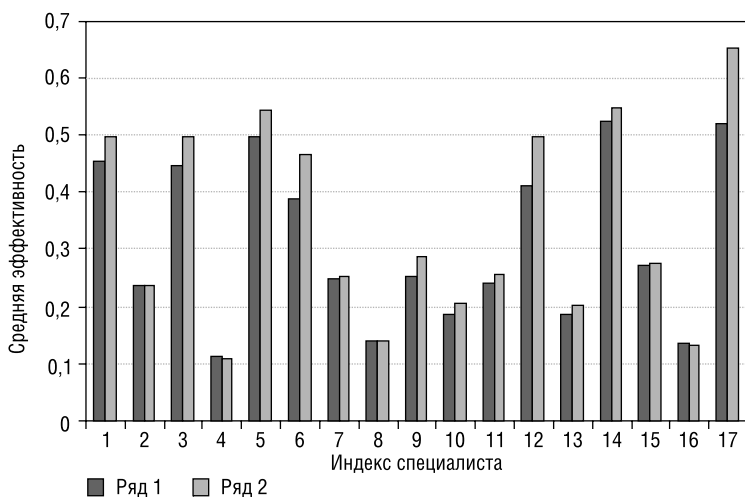


Рис. 15. Средние оценки эффективности специалистов по моделям $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ и $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$

сравнения оценок эффективности по моделям $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ и $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ близки результатам сравнения оценок для моделей $(\log y, \log t; \mu)$ и $(\log y, \log t; \delta z)$.

Рис. 16 позволяет сравнить оценки эффективности для модели $(\log y, \log \tau, d; \mu)$, полученные двумя различными способами. Ряд 1 содержит оценки эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$, где $M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}]$ — мода условного распределения неэффективной составляющей ошибки наблюдения. Оценки расположены в порядке убывания. Ряд 2 содержит оценки эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-E[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. При снижении эффективности значения математического ожидания и моды сближаются. При значениях эффективности, не превышающих 0,5, ряд 1 и ряд 2 практически совпадают. Значение коэффициента корреляции $r = 0,9904$. При этом наблюдается заметное отличие оценок эффективности для наблюдений с эффективностью, близкой к единице.

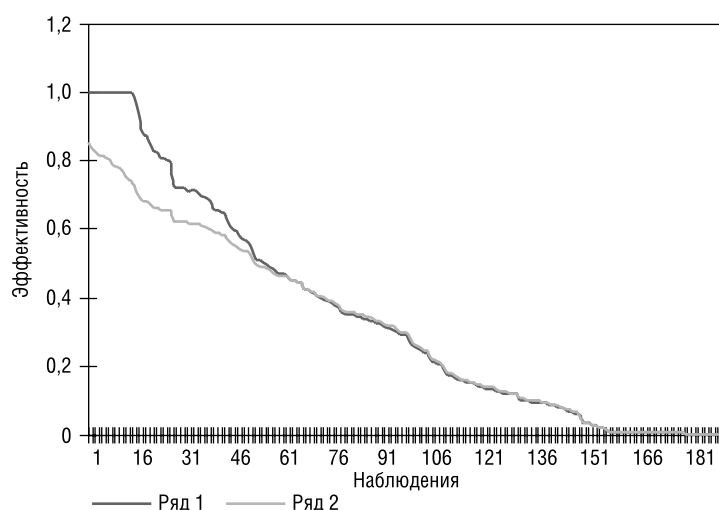


Рис. 16. Оценки эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ (ряд 1)
и $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-E[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ (ряд 2)

Оценка эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ с использованием модального значения условного распределения представляется более привлекательной с практической точки зрения. Этот способ позволяет продемонстрировать эффективное поведение (с эффективностью, равной единице). При использовании оценок эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-E[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$, полученных на основе математического ожидания, результаты всех наблюдений не являются эффективными. Далее мы будем использовать оценки эффективности $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$. Способ их расчета представлен в работе Афанасьева и Васильевой [Афанасьев, Васильева (2006)].

Аналогичная ситуация видна на рис. 17 при сравнении оценок, полученных двумя различными способами по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$. При коэффициенте корреляции $r = 0,9842$ наблюдается практическое совпадение оценок с эффективностью, не превышающей 0,5, и их существенное различие — при высокой эффективности. Среднее значение оценок $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ равно 0,3858 — при среднем 0,3413 — для оценок $\hat{T}E_{k\tau} = \exp(-E[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$.

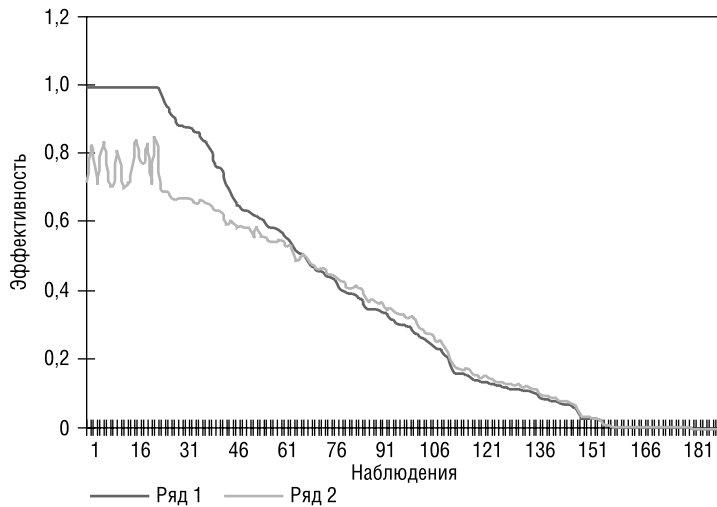


Рис. 17. Оценки эффективности $\hat{TE}_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ (ряд 1)
и $\hat{TE}_{k\tau} = \exp(-E[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ (ряд 2)

На рис. 18 приведены значения оценок эффективности $\hat{TE}_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ для наблюдений, расположенных в соответствии с порядком исходной информации. Специалисту с индексом 1 соответствуют первые 11 наблюдений. Следующие 11 — специалисту с индексом 2 и т. д.

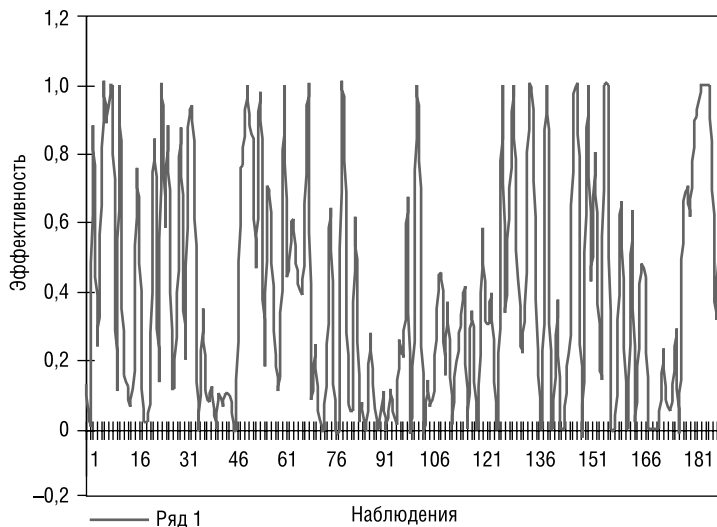


Рис. 18. Оценки эффективности $\hat{TE}_{k\tau} = \exp(-M[u_{k\tau} | \varepsilon_{k\tau}])$ по модели $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$

3. Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности

Все представленные выше модели производственного потенциала вида (1) построены в предположении, что воздействие факторов неэффективности полностью устранимо. Это

традиционно принимаемое предположение означает, что факторы неэффективности полностью управляемы. Тогда оценкой технической эффективности для наблюдения i служит величина $\frac{y_i^f}{y_i^p}$, где y_i^f — фактический результат, y_i^p — результат при отсутствии неэффективности. Но факторы неэффективности имеют разную природу. Некоторые из них нельзя считать полностью управляемыми. Если факторы неэффективности можно разделить на управляемые и неуправляемые, то в качестве оценки технической эффективности естественно рассматривать величину $\frac{y_i^f}{y_i^s}$, где y_i^f — фактический результат, y_i^s — результат в условиях максимально возможного воздействия на факторы неэффективности с целью их устранения.

В предположении о возможности управления, на основе модели стохастической границы с идентифицируемыми факторами неэффективности, может быть построена следующая модель производственного потенциала:

$$\begin{aligned} y_i^p &= f(x_i, \hat{\beta}) \exp(\xi_i), \quad \xi_i = v_i - s_i, \\ v_i &\sim N(0, \hat{\sigma}_v^2), \quad s_i \sim N^+(\tilde{\mu}_i, \hat{\sigma}_v^2), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{\mu}_i = \min_{z \in G_i} \hat{\delta}z$,

G_i — множество векторов допустимых значений факторов неэффективности для i -го наблюдения.

Предполагается, что управляющее воздействие на факторы неэффективности позволяет перейти для наблюдения i от случайной величины u_i к случайной величине s_i , имеющей усеченное в нуле нормальное распределение с параметрами $\min_{z \in G_i} \hat{\delta}z$ и $\hat{\sigma}_u^2$. При оцененной с помощью модели стохастической границы неэффективной составляющей $u_i \sim N^+(\hat{\delta}z_i, \hat{\sigma}_u^2)$, техническая эффективность для модели производственного потенциала (2) определяется величиной $TE_i = \exp(s_i - u_i)$.

Пусть μ_{1i} — значение функции неэффективности для наблюдения i по модели $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$,

μ_{2i} — значение функции неэффективности для наблюдения i по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$.

Если в качестве оценки технической эффективности использовать:

$$\hat{TE}_i = \exp(M[s_i/\varepsilon_i] - M[u_i/\varepsilon_i]),$$

то при условии:

$$\hat{TE}_i = \exp(-(\mu_{1i} - \mu_{2i})(1 - \gamma)),$$

$$\mu_{2i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 \geq 0.$$

$$\hat{TE}_i = \exp\left(-\frac{\mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_u^2}\right),$$

при

$$\mu_{2i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 < 0, \mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 \geq 0.$$

$$\hat{TE}_i = 1,$$

если выполняется

$$\mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 < 0.$$

В случае, когда факторами неэффективности управлять нельзя, $s_i = u_i$ и $\hat{TE}_i = 1$.

На рис. 19 приведены значения оценок эффективности по модели производственного потенциала (2), которая построена на основе модели стохастической границы ($\log y, \log \tau, d; \delta z$) в предположении, что все специалисты потенциально способны продемонстрировать такую же эффективность, которую демонстрирует самый эффективный из них. При этом управляемыми считаются факторы неэффективности всех специалистов за исключением «лучшего». Множества векторов допустимых значений для каждого наблюдения совпадают и описываются следующим образом.

$$G = \left\{ z : z = (z_1, \dots, z_j, \dots, z_{17}); z_j = 0 \vee 1; \sum_{j=1}^{17} z_j = 1 \right\}.$$

В этом случае для любого специалиста с индексом k , имеем $\mu_{1k\tau} = \delta_k, \mu_{2k\tau} = \min_j \delta_j$. Порядок расположения наблюдений тот же, что на рис. 18.

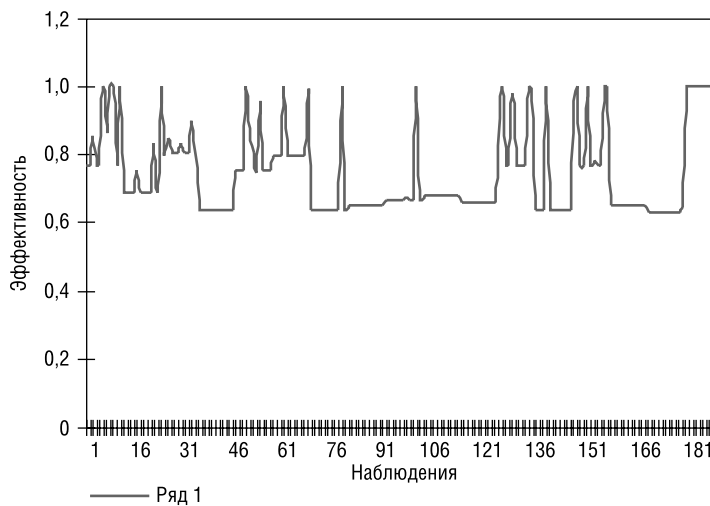


Рис. 19. Оценки эффективности для модели ($\log y, \log \tau, d; s$)

Самый эффективный специалист — с индексом 17. Ему соответствуют последние 11 наблюдений, эффективность которых максимальна и равна 1. Это «лучший» специалист, относительно которого оцениваются другие. В отдельные моменты эффективность других специалистов максимальна и равна единице. Естественно, что здесь все оценки эффективности не меньше, чем по модели ($\log y, \log \tau, d; \delta z$) (рис. 18). Потенциал, оцениваемый с помощью модели (2) можно характеризовать как *объем производства за определенный период времени при фиксированном объеме основных производственных факторов, воздействии сопутствующих факторов и отсутствии управляемой неэффективности*.

Среднее для всех наблюдений значение эффективности $\hat{T}E^s$ для модели (2), определяемое формулой:

$$\hat{T}E^s = \frac{1}{187} \sum_{k=1}^{17} \sum_{\tau=1}^{11} \exp(M[s_{k\tau} | \epsilon_{k\tau}] - M[u_{k\tau} | \epsilon_{k\tau}]),$$

равно 0,747. Потенциал с учетом остаточной неэффективности, оцененный по модели (2), меньше, чем потенциал с устраненной неэффективностью, оцененный по модели (1). Соот-

ветствующие средние оценки эффективности 0,747 и 0,341 для этих потенциалов существенно отличаются. Если возможны альтернативные способы управления, то при прочих равных следует выбирать тот, которому соответствует наименьшая оценка средней эффективности. Более низкая средняя оценка технической эффективности указывает на более высокий производственный потенциал, достижение которого является целью управляющих воздействий на факторы неэффективности.

В более общем случае может быть построена следующая модель ($\log y$, $\log L$, $\log K$; C) [Афанасьев (2006)] производственного потенциала с учетом затрат на управление факторами неэффективности.

$$y_i^p = f(x_i, \hat{\beta}) \exp(\eta_i); \quad \eta_i = v_i - s_i^C; \quad (3)$$

$$v_i \sim N(0, \hat{\sigma}_v^2); \quad s_i^C \sim N^+(\tilde{\mu}_i, \hat{\sigma}_v^2).$$

Параметры $\tilde{\mu}_i$ остаточной неэффективности определяются в результате решения задачи математического программирования:

$$TE^C = \min_{\Delta z_i} TE(\{s_i^C - u_i\}_{i=1}^N);$$

$$s_i^C \sim N^+(\tilde{\mu}_i, \hat{\sigma}_u^2), \quad u_i \sim N^+(\hat{\delta}_{z_i}, \hat{\sigma}_u^2); \quad (4)$$

$$\tilde{\mu}_i = \hat{\delta}(z_i + \Delta z_i), \quad z_i + \Delta z_i \in G_i, \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i(z_i, \Delta z_i) = C;$$

причем $TE(\{s_i^C - u_i\}_{i=1}^N)$ — техническая эффективность объекта, оцениваемая по совокупности наблюдений,

G_i — множество векторов допустимых значений факторов неэффективности для наблюдения i ,
 $c_i(z_i, \Delta z_i)$ — функция затрат на управление факторами неэффективности для наблюдения i ,
 C — средние затраты на управление объектом в единицу времени.

В соответствии с моделью (4), в условиях общего ограничения на величину затрат, выбираются управляющие воздействия $\{\Delta z_i\}_{i=1}^N$ на факторы неэффективности с целью минимизации значения обобщенного критерия технической эффективности. В общем случае целевая функция задачи (4) нелинейно зависит от компонент вектора управления. Решение задачи (4) существенно упрощается, если в качестве целевой использовать линейную функцию:

$$\min_{\Delta z} \hat{\delta} \Delta z,$$

где $\Delta z = (\Delta z_1, \dots, \Delta z_j, \dots, \Delta z_m)$, $\Delta z_j = \sum_{i=1}^N \Delta z_{ji}$.

Если функция затрат линейна и все множества G_i описываются линейными ограничениями, то задача (4) является задачей линейного программирования со смешанными (непрерывными и булевыми) переменными. Получив решение этой задачи и вычислив значения средней оценки технической эффективности

$$\hat{TE}^C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp(M[s_i^C | \varepsilon_i] - M[u_i | \varepsilon_i]),$$

мы обретаем возможность выбирать различные варианты управляющих воздействий по двум критериям: затраты на управление и средняя техническая эффективность. Чем ниже значе-

ния каждого критерия, тем лучше способ управляющего воздействия. В общем случае задача управления сводится к описанию множества вариантов, оптимальных по Парето. Модель производственного потенциала (3) можно построить для систем материального производства. Применить ее в сфере интеллектуальной деятельности человека сложнее, так как возникают проблемы в описании функции затрат на управление факторами неэффективности.

4. Выводы

1. Модели стохастической границы $(\log y, \log t; \mu)$, $(\log y, \log t, d; \mu)$, $(\log y, \log \tau; \mu)$ и $(\log y, \log \tau, d; \mu)$ позволяют оценить производственный потенциал в предположении, что случайная величина, характеризующая совокупное воздействие факторов неэффективности, одинаково распределена для всех наблюдений. Эта модель может быть использована в условиях отсутствия информации о факторах неэффективности. Модель не позволяет учитывать специфику воздействия факторов неэффективности для различных наблюдений. Оценка производственного потенциала на основе этой модели предполагает возможность устранения воздействия неидентифицированных факторов неэффективности и является завышенной.

2. Модели стохастической границы $(\log y, \log t, d; \delta z)$ и $(\log y, \log \tau, d; \delta z)$ могут быть построены при наличии априорной информации о значениях факторов неэффективности для каждого наблюдения. Значение функции неэффективности характеризует параметр распределения случайной величины, описывающей воздействие факторов неэффективности. Модель позволяет идентифицировать факторы неэффективности. Оценка производственного потенциала возможна в предположении о том, что воздействие всех факторов неэффективности можно устранить, и является завышенной.

3. Модель производственного потенциала (2) с управляемыми факторами неэффективности сохраняет в производственном потенциале неустранимую неэффективность. Возможные управляющие воздействия характеризуются множеством векторов допустимых значений факторов неэффективности для каждого наблюдения. Чем больше управляемых факторов неэффективности, тем меньше неустраняемая неэффективность, тем выше производственный потенциал. Оценка параметров остаточной неэффективности осуществляется в результате решения задачи математического программирования для каждого наблюдения. Более низкая обобщенная оценка технической эффективности указывает на более высокий производственный потенциал, достижение которого является целью управляющих воздействий на факторы неэффективности.

4. Модель производственного потенциала (3) учитывает общее для всех наблюдений ограничение на затраты управления факторами неэффективности. Если допускаются достаточно высокие затраты, мы получаем тот же производственный потенциал, который может быть построен по модели (2). При снижении уровня затрат на управление, производственный потенциал, доступный в результате управляющих воздействий, снижается. Обобщенная оценка технической эффективности возрастает. При нулевых затратах, производственный потенциал отражает фактически наблюдаемый объем производства.

Список литературы

Афанасьев М. Ю. Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности // Прикладная эконометрика. 2006. № 4.

- Афанасьев М. Ю., Васильева Н. В. Эконометрический подход к оценке эффективности трудовых затрат с учетом X-фактора // *Вестник российского гуманитарного научного фонда*. 2004. № 1.
- Афанасьев М. Ю., Васильева Н. В. Моделирование производственного потенциала фирмы с учетом факторов неэффективности и риска // *Экономическая наука современной России*. 2006. № 2.
- Афанасьев М. Ю., Скоков В. А. Программа оценки эффективности функционирования предприятий на основе расчета стохастических границ производства. М.: ЦЭМИ, 1984.
- Евстигнеев В. А. Наукометрические исследования в информатике, 2003.
- Налимов В. В. Количественные методы исследования процесса развития науки // *Вопросы философии*. 1966. № 12.
- Afanasiev M. Y. Methods of Estimating Productive Efficiency for the Enhancement of Plan Decision Making // *Atlantic Economic Journal*. 1992. № 1.
- Afanasiev M. Y. Command Constrained Efficiency in Soviet Cotton-Refining and the Kaunasskoi Candy Factory. Efficiency and Russia's economic recovery potential to the year 2000 and beyond. ASHGATE, 1998.
- Aigner D. J., Lovell C. A. K., Schmidt P. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models // *Journal of Econometrics*. 1977. № 6.
- Battese G. E., Coelli T. J. Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India // *Journal of Productivity Analysis*. 1992. № 3.
- Battese G. E., Coelli T. J. A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data // *Empirical Economics*. 1995. № 20.
- Battese G. E., Coelli T. J., Colby T. C. Estimation of Frontier Production Functions and the Efficiencies of Indian Farms Using Panel Data From ICRISAT's Village Level Studies // *Journal of Quantitative Economics*. 1989. № 5.
- Charnes A. W., Cooper W., Rhodes E. Measuring the Efficiency of Decision-Making Units // *European Journal of Operational Research*. 1978. № 6.
- Coelli T. J. A Computer Program for Frontier Production Function Estimation: FRONTIER, Version 2.0 // *Economics Letters*. 1992. № 39.
- Debreu G. The Coefficient of Resource Utilization // *Econometrics*. 1951. Июль.
- Greene W. H. A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model // *Journal of Econometrics*. 1990. № 1–2.
- Jondrow J., Lovell C. A. K., Materov I. S., Schmidt P. On estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model // *Journal of Econometrics*. 1982. № 19.
- Koopmans T. C. An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. Activity Analysis of Production and Allocation, Cowles Commission for Research in Economics / Monograph. 1951. № 13.
- Leibenstein H. A locative efficiency vs. «X-efficiency» // *American Economic Review*. 1966. June.
- Leibenstein H. Beyond Economic Man, Cambridge, Harvard University. Press, 1976.
- Meeusen W., van den Broeck J. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions With Composed Error // *International Economic Review*. 1977. № 18.
- Pitt M. M., Lee L. F. Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry // *Journal of Development Economics*. 1981. № 9.
- Reifschneider D., Stevenson R. Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency // *International Economic Review*. 1991. № 32.
- Shephard R. W. Cost and Production Functions. Princeton: Princeton University Press, 1953.
- Stevenson R. E. Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation // *Journal of Econometrics*. 1980. № 9.
- Williamson O. E. The Economics of Discretionary Behavior: Managerial Objectives in a Theory of the Firm. N. Y.: Prentice-Hall, 1964.